

УДК 539.3

Р.П. МОСКАЛЕНКО

Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна

О.Л. ЗАЙДЕНВАРГ

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут"

О.В.ТИШКОВЕЦ

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

О.О. СТРЕЛЬНИКОВА

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

### КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОЛГОВІЧНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ГІДРОТУРБИННОГО ОБЛАДНАННЯ ЗА НАЯВНІСТЮ ДЕФЕКТІВ ТИПУ ТРІЩИН

Вивчено довговічність елементів проточної частини гідротурбін при наявності дефектів у вигляді ланцюжка тріщин під дією циклічного навантаження. Визначено кількість циклів навантаження, при якому тріщини підрастають до критичних розмірів, і відбувається руйнування. Для визначення критичної кількості циклів використана модифікована залежність Періса. Для елементів конструкцій, ослаблених періодичною системою колінеарних тріщин, береги яких навантажені довільним навантаженням, що розтягує, отримано гіперсингулярне інтегральне рівняння щодо переміщень берегів тріщини. За розв'язанням цього рівняння обчислюється коефіцієнт інтенсивності напружень. Дана оцінка часу до руйнування для елементів конструкцій з тріщинами різної початкової довжини.

Ключові слова: тріщина, гіперсингулярне інтегральне рівняння, коефіцієнти інтенсивності напружень, довговічність.

Р.П. МОСКАЛЕНКО

Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина

О.Л. ЗАЙДЕНВАРГ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "Харьковский Авиационный Институт"

Е.В. ТЫШКОВЕЦ

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"

Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОТУРБИННОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТОВ ТИПА ТРЕЩИН

Изучена долговечность элементов проточной части гидротурбин при наличии дефектов в виде цепочки трещин под действием циклической нагрузки. Определено количество циклов нагружения, при котором трещины подрастают до критических размеров, и происходит разрушение. Для определения критического количества циклов использована модифицированная зависимость Периса. Для элементов конструкций, ослабленных периодической системой коллинеарных трещин, берега которых нагружены произвольной растягивающей нагрузкой, получено гиперсингулярное интегральное уравнение относительно перемещений берегов трещины. По решению этого уравнения вычисляется коэффициент интенсивности напряжений. Дана оценка времени до разрушения для элементов конструкций с трещинами различной начальной длины.

Ключевые слова: трещина, гиперсингулярное интегральное уравнение, коэффициенты интенсивности напряжений, долговечность.

R. MOSKALENKO

V. N. Karazin Kharkov National University

O. ZAYDENVARG

National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute"

E. TYSHKOVETS

The National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

E. STRELNIKOVA

A.N. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems

COMPUTER MODELING THE DURABILITY OF HYDROTURBINE EQUIPMENTS IN PRESENCE OF  
CRACK-LIKE DEFECTS

*The longevity of the turbines flow element in the presence of defects in crack chains under cyclic loadings is studied. Estimation of durability for flowing part elements of hydroturbines in presence of defects like a chain of cracks under cyclic loadings is accomplished. The fatigue life estimation consists of the number of cycles before the crack appearance and the number of cycles of crack propagation. The time of the crack to be of the critical size depends on the level of stress in the crack zone, its orientation relatively to stress direction, mechanical properties of the base metal, as well as the crack initial size (length and depth). This time is used to determine the durability of the structure and the terms of inter-repair periods. Taking into account that during operation the elements of hydroturbines are influenced by a number of factors associated with their work (corrosion, cavitation, erosion), note that the loading as well as stresses and deformations can not be determined by using simple analytic dependencies. With the developing advanced computational technologies and computers of new generation it became possible to elaborate reliable methods for evaluating the probability of defective elements destruction. The main purpose of this study is to develop a method for assessing the durability of structural elements in the presence of cracks under cyclically variable loads, which allows us to find out how many cycles are necessary for defects in the chain grow to the unacceptable sizes, as well as determining the critical size of initial defects. The number of load cycles is determined when the cracks grow to their critical sizes and destruction occurs. To determine that critical number of cycles, the modified Peric's dependence is used. A hypersingular integral equation for the crack displacements is obtained. The analytical solution of this equation is received. Using this solution the stress intensity factor included in the Peris criterion is calculated. The estimation of time before fracture for elements of structures with cracks of different initial length is given. Various cases have been studied: when cracks in the chain merge, and when cracks propagation does not occur.*

*Keywords: crack hypersingular integral equation, stress intensity factor, durability*

**Постановка проблеми**

Ще не так давно конструктори та інженери вважали, що наявність тріщин є неприпустимою в будь-якому відповідальному елементі конструкції. Проте, реальні матеріали завжди мають різні мікродофекти, які виникли або при виготовленні, або при експлуатації конструктивного елемента. Нові теоретичні дослідження в області розвитку втомних тріщин привели до зміни погляду на можливість роботи конструкції при наявності дефектів. Мова тепер йде про оцінку довговічності, працездатності, залишкового ресурсу елементів конструкцій з тріщинами. В даний час, коли велика частина енергетичного обладнання України практично вичерпала свій нормативний ресурс, проблеми оцінки залишкового ресурсу є особливо актуальними. В останні роки прийшло також розуміння того, що розвиток втомних тріщин є основною причиною катастрофічних руйнувань, серед яких зазначимо аварії на залізничному транспорті, руйнування турбо- і гідрогенераторів, аварії літаків і вертольотів та ін. В гідротурбінах втомні тріщини мають тенденцію розташовуватися поблизу несучих поверхонь. Виникають вони внаслідок корозії, інтенсивних температурних і силових навантажень. Новоутворена тріщина починає повільно рости, навіть якщо додані навантаження не перевищують номінальних значень. Далі, якщо досягається критична довжина тріщини, несучий елемент раптово отримує величезну кількість кінетичної енергії, що призводить до катастрофічного руйнування всієї конструкції. Цим пояснюється великий інтерес до вивчення втомних тріщин в останнє десятиліття. Основна мета таких досліджень полягає в ретельному аналізі поведінки конструкції з тріщинами для запобігання їх небезпечного зростання і розробленні ефективної методики для раннього діагностування дефектів. Встановлення послідовності заміни застарілого гідротурбінного обладнання, визначення термінів міжремонтних періодів також вимагають ретельного вивчення поведінки конструкцій при наявності втомних тріщин. Беручи до уваги те, що в процесі експлуатації елементи гідротурбін підпадають під вплив ряду факторів, пов'язаних з їх роботою (корозія, кавітація, ерозія) відзначимо, що навантаження на елементи енергетичного обладнання, а також напруження і деформації в них не можуть бути визначені шляхом використання простих аналітичних залежностей. Іншими словами, поведінка енергетичного обладнання не може бути описана за допомогою якоїсь однієї математичної моделі. З розвитком сучасних обчислювальних методів і появою комп'ютерів нового покоління стало можливим розробити достовірні методики оцінки ймовірності руйнування конструкцій з дефектами. Стало можливим і дослідження тріщин різної конфігурації, ланцюжків тріщин, дефектів в околиці конструктивних вирізів, зовнішніх і внутрішніх несучих поверхонь конструктивних елементів. Втомна довговічність, що обумовлена числом циклів до руйнування при змінних напругах, складається з числа циклів до зародження тріщини і числа циклів її поширення. Час досягнення тріщиною критичних розмірів залежить від рівня напружень в зоні виникнення тріщини, її орієнтації по відношенню до діючих змінних напружень, механічних властивостей основного металу, а також від її розмірів (довжини і глибини). Цей час і служить для визначення довговічності конструкції і термінів міжремонтного періоду.

Задача полягає у визначенні часу (числа циклів  $N = N^*$ ), після закінчення якого тріщина підростає до критичного розміру, і відбувається руйнування елемента конструкції. Після проведення ремонтних робіт тріщини заварюють згідно відповідним нормативам [1]. За нормами приймання зварних швів гідротурбінного обладнання [1] дефекти з діаметром 3 мм і менше не враховуються. Фіксації підлягають дефекти з діаметром 4 мм і більше. Допускаються окремі дефекти з діаметром до 6 мм включно, в кількості 20 дефектів на один зварний шов, а також ланцюжки дефектів з діаметром до 4 мм загальною протяжністю 300 мм на один зварний шов. Таким чином, виникла необхідність розв'язання такої задачі. Треба дослідити напружено-деформований стан (НДС) елемента проточної частини гідротурбіни і визначити зони найбільшої концентрації напружень. Далі слід розглянути задачу про зростання внутрішньої тріщини, яка спочатку мала розмір, відповідний нормам контролю, або практично нульовий, під дією навантаження, отриманого в результаті розрахунку НДС. Необхідно з'ясувати, за яку кількість циклів тріщина підросте до розміру, що перевищує допустимий за нормами контролю. Вважаються допустимими такі ланцюжки мікротріщин, в яких відстань між дефектами становить не менше 7 см [1]. Доцільно розглянути задачу про зменшення відстані між тріщинами в різних ланцюжках в процесі циклічного навантаження, тобто з'ясувати за яку кількість циклів дефекти в ланцюжку підростуть до неприпустимих розмірів. Необхідність дослідження таких ефектів диктується наявністю заварених тріщин. В роботі вивчено довговічність елементів проточної частини гідротурбіни, в яких проводилось заварювання. Вважаємо, що є ланцюжок мікротріщин, відстань між якими дорівнює 7 см. Як мікротріщини розглядаємо дефекти довжиною  $10^{-3}$  см.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій

До теперішнього часу накопичений значний обсяг експериментальних і теоретичних досліджень щодо закономірностей росту тріщин під дією циклічно змінних навантажень [2–6]. Швидкість розвитку втомних тріщин зображають у вигляді залежності від силових або деформаційних факторів, довжини тріщини, механічних властивостей матеріалу. В даний час налічується більш 80 таких залежностей, що відрізняються числом використовуваних незалежних параметрів і констант, а також формою їх подання. Перші дослідники брали в якості основних параметрів, відповідальних за поширення втомної тріщини, номінальне значення прикладеного напруження і довжину тріщини. Залежності такого роду не могли претендувати на універсальність, оскільки в них ігнорувалося відмінність між номінальним і дійсним напруженнями, відповідальними за зростання тріщини. Довговічність елементів конструкцій з тріщинами вивчалась в роботах [5, 7–9]. В роботі [7] довговічність валу гідротурбіни з дефектами типу тріщин досліджено з використанням статистичних методів. Але залишаються нез'ясованими питання щодо навантажень та початкових розмірів дефектів, що призводять до швидкого розвинення втомних поодиноких тріщин та їх скупчень, й крихкого руйнування конструктивних елементів.

#### Мета дослідження

Головною метою цього дослідження є розроблення методу оцінки довговічності елементів конструкцій за наявності ланцюжків тріщин в умовах дії циклічно змінних навантажень, що дозволяє з'ясувати, за яку кількість циклів дефекти в ланцюжку підростуть до неприпустимих розмірів, а також визначити критичні розміри початкових дефектів.

#### Викладення основного матеріалу дослідження

Для визначення кількості циклів до руйнування використана модифікована залежність Періса [8], в якій застосовані різні співвідношення для різних діапазонів зміни коефіцієнта інтенсивності напружень. Ця залежність подана формулою

$$\frac{da}{dN} = \begin{cases} 10^{-20} & \Delta K < \Delta K_{th} \\ C(\Delta K - \Delta K_{th})^m & \Delta K_{th} < \Delta K < K_{IC} \\ 10^3 & \Delta K > K_{IC} \end{cases}$$

Тут  $a$  – характерний розмір дефекту, наприклад довжина або радіус ( $da$  – зміна довжини);  $N$  – кількість циклів до руйнування;  $\Delta K_{th}$  – поріг втоми;  $K_{IC}$  – критичний коефіцієнт інтенсивності напружень;  $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ ,  $K_{max}$ ,  $K_{min}$  – максимальний і мінімальний коефіцієнти інтенсивності напружень за один цикл навантаження;  $m$  – показник ступеня кривої втоми;  $C$  – характерна константа кривої втоми.

У подальших розрахунках прийнято, що між максимальним та мінімальним навантаженнями в циклі має місце таке співвідношення  $\sigma_{max} = \sigma_{min}$ . Тому внаслідок пропорційності коефіцієнтів інтенсивності напружень діючому навантаженню отримаємо такий вираз для перепаду коефіцієнта інтенсивності напружень:

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} = 2K_{max}.$$

Сформулюємо задачу визначення числа циклів до руйнування елемента конструкції, ослабленого ланцюжком тріщин (рис. 1). Саме такі дефекти вважаються найбільш небезпечними [1, 7].

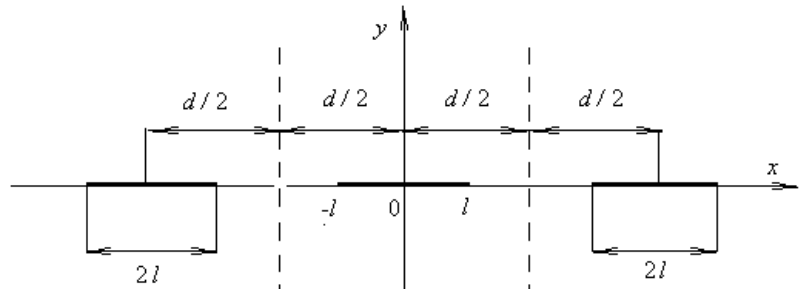


Рис.1. Періодична система тріщин в елементі конструкції

Досліджено елемент конструкції з періодичною системою колінеарних тріщин, береги яких навантажені довільним несамоврівноваженим розтягуючим навантаженням  $p$ . В цьому випадку отримано гіперсингулярне інтегральне рівняння, що описує поведінку системи тріщин [9, 10]

$$\int_{-l}^l \Gamma(x) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x-x_0-kd)^2} dx = p(x_0); p(x_0) = \frac{1}{2}(\sigma_y^+ + \sigma_y^-)/M; M = -\frac{\mu(\lambda + \mu)}{\pi(\lambda + 2\mu)}. \quad (1)$$

Тут  $\lambda, \mu$  – коефіцієнти Ламе,

$$p = p(x_0) = \frac{1}{2}(\sigma_y^+ + \sigma_y^-)/M.$$

Ядро цього гіперсингулярного рівняння можна подати у вигляді [9]:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x-x_0-kd)^2} = \frac{\pi^2}{d^2 \sin^2 \pi((x-x_0)/d)}.$$

Тоді (1) приймає форму:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \Gamma(\varphi) \frac{d\varphi}{\sin^2 \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} = p_1(\varphi_0),$$

де  $\alpha = \frac{2\pi l}{d}$ ;  $p_1(\varphi_0) = 2dp(x_0)$ ;  $\frac{l}{d} < \frac{1}{2}$ , і містить особливість типу Адамара [10].

Рівняння (2) перетворимо таким чином

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \Gamma'(\varphi) \operatorname{ctg} \left( \frac{\varphi - \varphi_0}{2} \right) d\varphi = p_1(\varphi_0).$$

Зробивши заміну змінних:

$$\eta = \operatorname{tg}(\varphi/2); \quad y = \operatorname{tg}(\varphi_0/2); \quad a = \operatorname{tg} \frac{\pi d}{d}; \quad p_2(y) = p_1(\varphi_0),$$

отримуємо

$$\Gamma'(y) = -\frac{1}{\sqrt{a^2 - y^2}} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - \eta^2} p_2(\eta)}{(1 + \eta^2)(\eta - y)} d\eta.$$

Після інтегрування отримуємо, що розв'язок рівняння (1) має вигляд:

$$\Gamma(\varphi) = p \ln \left| \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\pi d/d)} - \sqrt{\operatorname{tg}^2(\pi d/d) - \operatorname{tg}^2(\varphi/2)}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\pi d/d)} + \sqrt{\operatorname{tg}^2(\pi d/d) - \operatorname{tg}^2(\varphi/2)}} \right|. \quad (2)$$

Для коефіцієнта інтенсивності напружень з використанням формули (2) в [9] отримано такий вираз:

$$k_1 = p \sqrt{\frac{d}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi d}{d}}.$$

Тут  $d, l$  – це відстань між центрами тріщин в ланцюжку і напівдовжина тріщини (рис. 1). Число циклів до руйнування визначено інтеграцією співвідношення Періса:

$$dN = \frac{1}{C} (\Delta K - \Delta K_{th})^{-m} da; \quad \Delta K_{th} < \Delta K < K_{IC}.$$

Відзначимо, що при  $\Delta K < \Delta K_{th}$  тріщини не розвиваються, а при  $\Delta K_{th} > K_{IC}$  відбувається лавиноподібний розвиток тріщин, що призводить до руйнування досліджуваного елемента конструкції.

Нехай напівдовжина тріщини змінюється в межах  $(l + 0.99d/2)$ . Такі межі інтегрування за змінною  $a$  відповідають випадку, коли тріщини в ланцюжку практично злилися, і конструкція зруйнувалася. Маємо формулу для числа циклів до руйнування:

$$N = \frac{1}{C} \int_l^{0.99d/2} (\Delta K - \Delta K_{th})^{-m} dl, \quad \Delta K = 2k_1 = 2p \sqrt{\frac{d}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{d}}.$$

Вважалось, що елемент конструкції піддано дії циклічного навантаження з амплітудним значенням  $p$  і частотою  $\omega$ .

Прийняті такі сталі матеріалу  $C=3.2 \cdot 10^{-11}$ ;  $m = 3.09$ ;  $K_{IC} = 31$  МПа  $\sqrt{м}$ ;  $\Delta K_{th} = 7,4$  МПа  $\sqrt{м}$ . Виконано два розрахунки для різних геометричних параметрів ланцюжків.

Для першого розрахунку  $d = 0,07$  м; частота обертання дорівнює  $\omega = 3,42$  Гц;  $p = 4,28$  МПа. У цих умовах:

$$\Delta K = 2k_1 \approx 1.3 < \Delta K_{th} = 7.4,$$

і тріщини не розвиваються. Цей висновок повністю відповідає технічним вимогам [1].

Для другого розрахунку приймаємо, що  $l = 0,03$  м;  $d = 0,07$  м;  $p = 42,8$  МПа. Доведено, що в цих умовах  $l > 0.0085$ , і починається розвиток тріщин, при цьому

$$\int_l^{0.99d/2} (\Delta K - \Delta K_{th})^{-m} dl \approx 0.011,$$

що відповідає кількості циклів  $3.37 \cdot 10^8$ , а це означає, що довговічність конструкції з вказаною ланцюжком тріщин складає  $\approx 3.2$  роки. Такий розрахунок служить обґрунтуванням термінів міжремонтних періодів.

#### Висновки

Розроблено метод оцінки довговічності елементів конструкцій за наявності ланцюжків тріщин в умовах дії циклічно змінних навантажень. Метод засновано на використанні гіперсингулярних інтегральних рівнянь для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень. Методика дозволила з'ясувати, за яку кількість циклів дефекти в ланцюжку підростуть до неприпустимих розмірів за нормами технічного контролю. Такі розрахунки необхідно проводити для визначення тривалості міжремонтних і міжоглядових періодів. Отримані дані свідчать про обґрунтованість рекомендацій та технічних вимог до зварних швів в гідравлічних турбінах

#### Список використаної літератури

1. Веремеєнко И.С. Комплексный экспериментально-теоретический анализ ресурса закладных частей гидротурбины / И.С. Веремеєнко, Б.Я. Кантор, Т.Ф. Медведовская, Е.А. Стрельникова, О.Н. Зеленская, С.В. Гладышев // Проблемы машиностроения. – 2000. – № 1. – С. 16-28.
2. Панасюк В.В. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов / В.В. Панасюк, А.Е. Андрейкив, С.Е. Ковчик. – К.: Наукова думка, 1971. – 278 с.
3. Андрейкив А.Е. Усталостное разрушение и долговечность конструкций / А.Е. Андрейкив, А.И. Дарчук. – К.: Наукова думка, 1987. – 404 с.
4. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени / В.П. Когаев. – М.: Машиностроение, 1993. – 364 с.
5. Lessenden S.J. Torsion response of cracked steel shaft / S.J. Lessenden, S.P. Pissot, M.V. Tretheway, K.P. Naynaed. // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2006. – Vol. 30. – P. 734-747.
6. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на усталостную прочность / Н.А. Махутов. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
7. Стрельникова Е.А. Вероятностная оценка долговечности вала гидротурбины при наличии трещин / Е.А. Стрельникова, И.Г. Сирота, А.В. Линник, Л.А. Калембет, В.Н. Зархина, О.Л. Зайденоварг // Проблемы машиностроения. – 2017. – Т. 20. – № 1. – С. 28-35.
8. Zaydenvarg O. Boundary Hypersingular Integral Equations in Heat Transfer Problem of 2D Cracked Body / Olga Zaydenvarg, Elena Strelnikova // Advances in Boundary Element Technique (Athens, Greece, April 30-May 4, 2012). – Athens, 2012. – P. 289-294.
9. Зайденоварг О.Л. Гиперсингулярные уравнения в задачах прочности элементов конструкций с трещинами при температурном нагружении / О.Л. Зайденоварг, Е.А. Стрельникова // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. – 2009. – № 11. – С. 191-196.
10. Стрельникова Е.А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в двумерных краевых задачах для уравнения Лапласа и уравнений Ламе / Е.А. Стрельникова // Доп. НАН України. – 2001. – № 3. – С. 27-31.